

Algo sobre pedagogía crítica

Paulo Freire, en la introducción a "Los profesores como intelectuales", una compilación de diez años de contribuciones de Henry Giroux (1943) a la conformación de una teoría educativa, escribió sobre el autor: "... nos reta con sus críticas y brillantes discusiones teóricas acerca de tendencias que constituyen la sólida base necesaria para comprender y, al mismo tiempo, promocionar el discurso actual en materia educativa".

En su "On Critical Pedagogy", publicado en 2011, Giroux expresa: "Uso la pedagogía crítica para examinar diversos modos en los cuales la clase en el aula funciona a menudo como modo de reproducción social, política y cultural, particularmente cuando los objetivos de la educación están definidos a través de la promesa del crecimiento económico, la formación profesional y la utilidad matemática. En el contexto de la reproducción, la pedagogía está reducida principalmente a un modelo de transmisión de la enseñanza y limitada a la propagación de una cultura de conformismo y una asimilación del conocimiento pasiva. Contrario a esas ideas, yo desarrollo una teoría de la pedagogía crítica que provea una serie de críticas contra la pedagogía tradicional que opera bajo la influencia del dominio de la técnica, la lógica instrumental, y otros fundamentalismos que obtienen su autoridad al borrar cualquier rastro de historias subalternas, luchas de clase y de las desigualdades e injusticias raciales y de género".

Bibliografía

- Giroux, Henry (1983). Teoría y resistencia en educación. México: Siglo Veintiuno Editores.
- Giroux, Henry (2011). On Critical Pedagogy. London: The Continuum International Publishing Group.
- Skovsmose, Ole. (2011). An Invitation to Critical Mathematics Education. Rotterdam: Sense Publishers.
- Socas, Martin (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. Investigación en Educación Matemática, XI, 19-52.
- Valero, Paola, Skovsmose, Ole (2012). Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas. Bogotá: Universidad de los Andes.

Representaciones semióticas en el análisis de errores y dificultades en el aprendizaje de la Matemática

Juan Carlos Trujillo

Para este año, el proyecto CLAVEMAT, a través de su plataforma virtual clasevirtual.clavemat.org, ha organizado el curso en línea #cmat14: Errores y dificultades en la enseñanza – aprendizaje de la matemática dirigido a docentes de secundaria de Chile, Colombia, Cuba y Ecuador. Uno de los propósitos de este curso es lograr que las y los participantes, en su práctica docente diaria y cobijados por un modelo teórico adecuado, incorporen herramientas para la detección de errores y dificultades en el aprendizaje de la asignatura y diseñen estrategias o recursos didácticos para prevenir dichos errores y solucionar dichas dificultades.¹

En el número del mes de noviembre de 2013 de este informativo, CLAVEMAT publicó el artículo Errores y dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la matemática², en el cual se presentaron varios elementos del modelo de Socas (2007) para el análisis de las dificultades y errores, así como de un bosquejo breve de la evolución de la investigación en este campo. En varios

seminarios realizados por CLAVEMAT en Ecuador en los últimos meses de 2013, se les propuso a las y los docentes asistentes la aplicación del modelo indicado a ciertas situaciones concretas³. Fruto de esta experiencia, en cada uno de los países socios de CLAVEMAT en América Latina se realizarán talleres secuenciales con las personas inscritas en #cmat14 donde, además de realizar un acompañamiento a las tareas del curso en línea, se recopilará información concreta sobre los componentes de los currículos de matemática que generan dificultades de aprendizaje en las y los estudiantes. Como veremos más adelante, esta labor investigativa nos obliga por lo menos a dirigir la mirada a dos problemas: cómo están aprendiendo las alumnas y alumnos (y, por tanto, cómo están enseñando las profesoras y profesores), y cómo se están formando las y los docentes. A ello habrá que incorporar, como se mencionó ya en el artículo de noviembre⁴, el rol que juega el contexto socio-cultural de educandos y aprendices en su dinámica de enseñanza-aprendizaje (Valero, 2011).

¹ El curso se ha organizado en tres módulos. El primero, y en el que se tratará el modelo teórico, iniciará el 5 de mayo, y tiene una duración de tres semanas. El segundo módulo estará en línea en el mes de septiembre; el tercero, en el mes de noviembre. Para mayor información, las lectoras y lectores pueden visitar la plataforma virtual del proyecto.

² Para la versión digital, visitar <file:///C:/Users/EPN/Downloads/Informativo%20No%2097%20noviembre.pdf>.

³ Durante estos talleres, se pudo comprender la necesidad de que el problema necesita ser abordado con un enfoque epistemológico, debido a que, frente a un error cometido por un estudiante en la solución de un problema, la mayoría de las y los docentes no aplicaron ni el modelo propuesto para su análisis, ni ningún otro modelo, y en el breve espacio que deja disponible un seminario de apenas cuatro horas, no permite mostrar a las profesoras y profesores la necesidad de contar con marco teórico para poder validar, de alguna manera, las conclusiones a las que podrían llegar sobre las dificultades que tienen sus estudiantes. Por esta razón, CLAVEMAT ha organizado el curso #cmat14, en el cual se enfatizará, entre otros aspectos fundamentales, en la necesidad de la comprensión y aplicación de un modelo teórico para el análisis de los errores y dificultades pueda ofrecer a las maestras y maestros posibilidades reales de diseñar estrategias que les permitan a sus alumnas y alumnos solventar sus errores comunes y frecuentes en el aprendizaje.

⁴ Véase en las páginas 12-14.

¿Te interesa compartir e intercambiar criterios sobre temas matemáticos? ¿Necesitas apoyo en la resolución de problemas de matemática?

Únete a los grupos de discusión, tutorías virtuales y cursos en línea de CLAVEMAT. Ingresa a: <http://clasevirtual.clavemat.org/>



Taller del proyecto CLAVEMAT sobre "Errores y dificultades en el aprendizaje de la matemática". El Chota, noviembre de 2013

En este artículo proponemos un breve análisis de una actividad planteada a las y los participantes de uno de los talleres de CLAVEMAT, y que tiene que ver con los errores que las alumnas y alumnos de educación básica suelen cometer cuando desarrollan ejercicios referidos a la introducción de números negativos. La actividad fue definida de la siguiente manera:

En el proceso de solución de un problema, un estudiante escribió lo siguiente:

$$\sqrt{x^2} = x$$

En primer lugar, la mayoría de las y los docentes no reconocieron error alguno. ¿Por qué? Entre varias razones, porque x suele interpretarse como un número real positivo. Y nótese que en el contexto formal del problema se explicó que x representa cualquier número real (incluye 0 y números negativos). En realidad este problema de interpretación se remonta a los años de educación básica cuando las y los estudiantes transitan de la Aritmética al Álgebra y se enfrentan por primera vez a los números negativos⁵

Pero hay otras razones que pueden explicar por qué a las maestras y maestros se les hizo difícil identificar el error de $\sqrt{x^2}=x$ y que nos conducen a indagar sobre varios problemas en la enseñanza – aprendizaje, relacionados a los sistemas de representación y significado de los objetos matemáticos:

1 La confusión de la noción lógica de variable con la noción de incógnita. En efecto, cuando las y los docentes miraron la igualdad $\sqrt{x^2}=x$, automáticamente, sin considerar el contexto en que ésta fue escrita, se preguntaron lo siguiente: ¿cuál es el valor de x que satisface esta igualdad? Es decir, la tomaron como una ecuación, asignando a x el papel de incógnita, sin considerar la posibilidad de que la igualdad se trataba de una proposición que podría ser verdadera o no, dependiendo de la cuantificación de x que, en este caso, debía ser mirada como una variable.

2 El desconocimiento o falta de comprensión del método del contraejemplo para mostrar la no validez de la igualdad $\sqrt{x^2}=x$ para todo número real x . En el taller se presentó este método a las y los docentes de la siguiente manera:

Supongamos que tomamos $x=-2$.

Entonces:

$$x=-2$$

$$x^2=4$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{4}=2$$

$$2 = -2$$

Pero es falso que $2=-2$.

¿Qué significa esto?

Que la igualdad $\sqrt{x^2}=x$ no es verdadera para todos los números reales.

Algunas y algunos docentes, al arribar a la contradicción, en lugar de concluir la no validez de la igualdad para todo número real, cuestionaron la validez del método del contraejemplo.

3 La ausencia de significados a las representaciones de objetos matemáticos, o la comprensión parcial o equivocada de dichos significados. Por ejemplo, ¿qué es \sqrt{a} si $a \geq 0$? Es el número real positivo a cuyo cuadrado es igual al número a :

$$b^2 = a$$

Pero las y los docentes conocen este significado de manera incompleta: omiten que el número b es positivo, abriendo la posibilidad de asignar a \sqrt{a} dos valores. Así, a $\sqrt{4}$ le asignan los números 2 y -2. En el caso de la igualdad $\sqrt{x^2}=x$, en la demostración por contraejemplo, al percatarse de que existe una contradicción, la "resuelven" asignando el valor -2 a la $\sqrt{4}$ de tal forma que $-2=-2$ y no hay contradicción alguna para las y los docentes.

Para identificar el error en $\sqrt{x^2}=x$ y corregirlo, fue necesario retomar las siguientes propiedades de los números reales:

- $-x$ es el inverso aditivo de x . Es decir, $-x$ satisface la igualdad $x+(-x)=0$
- $x > 0 \rightarrow x - x < 0$
- $x < 0 \rightarrow x - x > 0$
- si $\sqrt{a}=b$, entonces $b \geq 0$ y $b^2=a$
- para todo número real x , se verifica $x^2 \geq 0$

A partir de estas propiedades se dedujo que el error consistía en haber omitido el valor absoluto de en el lado derecho de la igualdad. El estudiante debió haber escrito:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

Ahora, la introducción del valor absoluto consiste un problema en sí mismo, y con él, se pone de manifiesto que la noción de función también: o está ausente, o está mal asimilada.

Hay que mencionar que, finalmente, este ejercicio no queda "resuelto" de manera satisfactoria; su característica principal consiste en ser fuente para rastrear los principales problemas, desde el punto de vista matemático estrictamente, que están presentes, tanto en la formación de las y los docentes, como de las y los estudiantes.

A modo de conclusión, con estas actividades, el proyecto CLAVEMAT está diseñando una investigación que dé cuenta sobre cómo las y los docentes y las y los estudiantes enseñan y aprenden. Aunque los problemas de enseñanza y aprendizaje se remontan a niveles básicos, consideramos como una hipótesis plausible que, si se logran mejorar los procesos de enseñanza – aprendizaje en la transición de la Aritmética al Álgebra, varios de los problemas presentes en la otra transición, Colegio – Universidad, y la primera estadia en la Universidad, podrían ser atenuados. Por otro lado, y para terminar, creemos que la investigación no debe ser realizada únicamente desde el punto de vista de la Educación Matemática, sino desde la Educación Matemática Crítica. Las lectoras y lectores interesadas e interesados podrán encontrar en las obras de Skovmose (2011) y Giroux (2011) sustentos sólidos para optar por este enfoque.

⁵ Sobre este problema, existen numerosas investigaciones a nivel mundial, muchas de las cuales consideran que el uso de ciertas TICs, como calculadoras gráficas o aplicaciones como GeoGebra, pueden contribuir a facilitar dicha transición.