

# Ejercicios de **Cálculo** diferencial

Germán Rojas | Sintya Serrano

PRIMERA EDICIÓN



ESCUELA  
POLITÉCNICA  
NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

G. ROJAS - S. SERRANO

---

---

Ejercicios de Cálculo Diferencial

---

---



ESCUELA  
POLITÉCNICA  
NACIONAL

# EJERCICIOS DE CÁLCULO DIFERENCIAL

GERMÁN ROJAS-SINTYA SERRANO

Este libro ha seguido el proceso editorial de la Escuela Politécnica Nacional en el que incluye la revisión por pares anónimos.

Comité Editorial: Marco Calahorrano (Editor en jefe)

Jenny Ruales (coeditora)

Cecilia Paredes

Leonardo Basile

Víctor Hidalgo

Técnico Operativo: Sebastián Laverde

Transcripción a L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X: Sintya Serrano

Miguel Zambrano

Christian Núñez

Diseño de portadas: Dirección de Relaciones Institucionales EPN

ISBN: 978-9978-383-55-1

Publicado bajo el Sello EPN Editorial

Vicerrectorado de Docencia Escuela Politécnica Nacional

Ladrón de Guevara E11-253

Quito-Ecuador

Primera edición: 2019

Primera impresión: 2019

©Escuela Politécnica Nacional 2019



# Índice de contenidos

<b>1. Límites</b>	<b>1</b>
1.1. Aproximación a la definición de límite . . . . .	1
1.2. Límites . . . . .	4
1.3. Continuidad e interpretación geométrica del límite . . . . .	11
1.4. Propiedades de límites . . . . .	17
1.5. Generalizaciones de las propiedades de límite . . . . .	20
1.6. Continuidad de funciones localmente iguales y teorema de cambio de variable . . . . .	23
1.7. Teorema del sánduche . . . . .	28
1.8. Límites unilaterales . . . . .	30
1.9. Límites infinitos y al infinito . . . . .	35
<b>2. Derivada</b>	<b>45</b>
2.1. Motivación de la derivada . . . . .	45
2.2. Derivada: Definición y propiedades . . . . .	52
2.3. Propiedades de la derivada . . . . .	56
2.4. Regla de la cadena . . . . .	59
2.5. Razones de cambio relacionadas . . . . .	69
2.6. Derivación Implícita . . . . .	74
2.7. Derivada de la función inversa . . . . .	76
2.8. Derivadas de orden superior . . . . .	79
2.9. Diferenciales . . . . .	83
2.10. Cálculo de ceros de funciones derivables . . . . .	86
<b>3. Aplicaciones de la derivada</b>	<b>91</b>
3.1. Monotonía, extremos y puntos críticos . . . . .	91
3.2. Teoremas del valor intermedio . . . . .	101
3.3. Convexidad y puntos de inflexión . . . . .	106
3.4. Graficación de Funciones . . . . .	114
3.5. Problemas de extremos . . . . .	118
3.6. Regla de L'Hopital . . . . .	130

# Prefacio

En 2010 publicamos, conjuntamente con Juan Carlos Trujillo y Fabián Barba, el libro *Cálculo en una variable-Cálculo Diferencial*, cuya segunda edición se publicó en meses pasados. Dado el tamaño del libro, fue imposible incluir un número suficiente de ejercicios resueltos, lo que de alguna manera dificulta a los lectores el aprendizaje de los conceptos de Cálculo Diferencial y sobre todo de su aplicación, tarea que no puede considerarse como fácil.

Por esta razón, a fines de 2016, conjuntamente con Sintya Serrano, quien trabajaba entonces en el Departamento de Matemática de la Escuela Politécnica Nacional, decidimos realizar el presente trabajo, intitulado *Ejercicios de Cálculo Diferencial*. Su objetivo es pues el que los lectores del libro mencionado y quienes inicien el estudio de Cálculo Diferencial, dispongan de un número suficiente de ejercicios resueltos para poder guiarse en la laboriosa tarea de aprender las técnicas de razonamiento, resolución y redacción de problemas y ejercicios relacionados con el Cálculo Diferencial.

Los ejercicios resueltos y muchos propuestos han sido tomados del libro de texto [8], y algunos ejercicios fueron tomados de los textos que se mencionan en la bibliografía. El objetivo de este trabajo no fue el de crear nuevos ejercicios, sino de presentar ejemplos de resolución de ejercicios clásicos en el Cálculo Diferencial.

Para la realización de este trabajo contamos con el apoyo, que agradecemos profundamente, de las autoridades del Departamento de Matemática de la Escuela Politécnica Nacional, consistente en la asignación de algunas horas semanales en la planificación de nuestras labores académicas, para la elaboración del libro.

Germán Rojas y Sintya Serrano  
Quito, agosto de 2017

## EJERCICIOS DE **CÁLCULO DIFERENCIAL**

Germán Rojas | Sintya Serrano

“El libro es un ayuda útil para que un estudiante aprenda a resolver ejercicios de cálculo diferencial de un manera correcta y escrito en lenguaje matemático adecuado. La presentación es excelente. Utiliza el tercio lateral de cada página para gráficos y, en la primera parte para notas explicativas. Cada tema viene precedido de los conceptos, definiciones y resultados fundamentales necesarios para el desarrollo de los ejercicios” - Dr. Rolando Sáenz (universidad Central del Ecuador).

“El libro es un recurso valioso para estudiantes que quieran aprender a escribir las soluciones de mejor manera a los ejercicios y problemas planteados a lo largo del texto. Es un libro de apoyo fundamentalmente para estudiantes autónomos que quieran mejorar sus conocimientos fortaleciéndolos a través de los ejercicios propuestos y resueltos pues es un buen ejemplo de cómo escribir en lenguaje claro y con la simbología apropiada utilizada en matemáticas. La presentación es muy buena. Utiliza el espacio de cada página en una forma didáctica con notas explicativas. Cada tema viene precedido de los conceptos, definiciones y resultados fundamentales necesarios para el desarrollo de los ejercicios” - Dr. David Hervas (Universidad San Francisco).

ISBN: 978-9978-383-55-1



**EPN**  
*editorial*

**FACULTAD  
DE CIENCIAS**