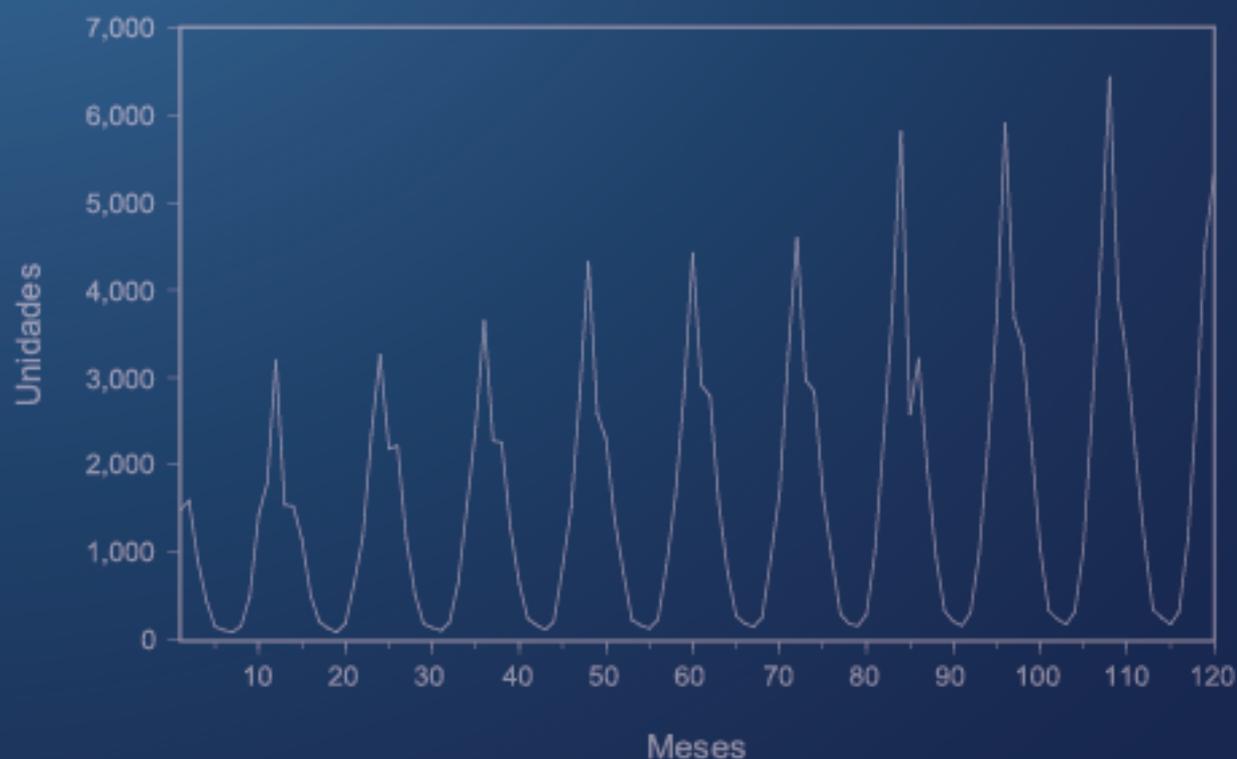


Modelación de Series Temporales



Holger Capa Santos

SEGUNDA EDICIÓN



ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL



ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL

LIBROS Y CUADERNOS DE MATEMÁTICA
DE LA ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

HOLGER CAPA SANTOS

MODELACIÓN DE SERIES TEMPORALES

Segunda Edición



FACULTAD DE CIENCIAS
MODELACIÓN DE SERIES TEMPORALES: SEGUNDA EDICIÓN
HOLGER CAPA SANTOS

Este libro ha seguido el proceso editorial de la Escuela Politécnica Nacional en el que incluye el proceso de revisión por pares anónimos.

Comité editorial: Jenny Ruales (Editora)
Marco Calahorrano (Coeditor)
Víctor Hidalgo
Leonardo Basile
Luis Urquiza

Técnico Operativo: Sebastián Laverde

Diseño de portadas: Dirección de Comunicación

ISBN: 978-9978-383-58-2

Publicado bajo el Sello de EPN Editorial
Vicerrectorado de Docencia, Escuela Politécnica Nacional
Ladrón de Guevara E11-253
Quito-Ecuador

Segunda edición, 2021
Segunda impresión, 2021

© Escuela Politécnica Nacional



*A mis padres, Julio (†) y Almida, por su sacrificio inmenso
y su gran amor, que me han permitido
alcanzar mis grandes sueños e ideales.*

*A mis hijos: Brithany, Sebastián y Mathías, por su cariño
y comprensión; a ellos les debo la energía
e ilusión para la elaboración de mis obras,
aunque he debido frecuentemente
sacrificar su compañía.*

Presentación

Para el análisis de una variedad de fenómenos económicos o físicos se dispone, en general, de una cierta cantidad de observaciones, tomadas en momentos equidistantes. A una serie de observaciones de este tipo se le llama una serie temporal o cronológica. Como ejemplos de tales series se pueden mencionar las siguientes: El volumen de ventas diario de un cierto artículo; el índice mensual de precios al consumidor (IPC) de un país; el caudal mensual promedio de un río, en un sitio determinado, etc.

Si el gráfico correspondiente a la serie es bastante regular se puede, en la mayoría de los casos, modelar el fenómeno por una curva simple (de tipo polinomial o sinusoidal). En caso contrario, es necesario utilizar modelos probabilísticos un poco más complejos, como los que se presentan en este documento: ARIMA o SARIMA.

La identificación y verificación de los modelos ARIMA o ARIMA estacionales (SARIMA) se realizará siguiendo la tradicional metodología de Box y Jenkins (1994). En estos modelos se supone que la varianza del error es homogénea; pero también se abordará la modelación de series temporales a través de modelos ARCH y GARCH, en los cuales se supone que la varianza es no homogénea.

Puesto que uno de los elementos importantes para transformar ciertas series con tendencia polinomial en series estacionarias es la “diferenciación”, se tratará en un capítulo especial el problema de raíces unitarias.

Los casos precedentes están relacionados con series univariantes (unidimensionales) y que constituyen la Parte I; sin embargo, el desarrollo de *software* especializado en series temporales permite, actualmente, estudiar casos más complejos; en particular, los modelos multivariantes. Se presentan los modelos vectoriales autoregresivos (VAR) y la cointegración en la Parte II y que constituye la diferencia sustancial con la primera edición. Los ejemplos también han variado.

Esta monografía no pretende remplazar a un curso regular de series temporales que cubra también los aspectos formales. El objetivo es presentar los procedimientos usuales para modelar series temporales con el apoyo de paquetes informáticos especializados; por lo tanto, los desarrollos teóricos quedan fuera del objetivo de este texto (estos se pueden consultar en Capa H., 2017). Bajo este contexto la guía del profesor será también altamente beneficiosa.

Para ayudar a la comprensión autónoma del texto, también se ha incorporado en el Anexo

A, una introducción a la utilización de los programas EViews y Stagraphics.

Este texto podrá utilizarse para una introducción rápida a la modelación de series temporales (taller de entre 20 y 30 horas), para estudiantes y profesionales con requerimientos prácticos inmediatos, sean estos de los campos de la administración, economía o ingeniería.

Un agradecimiento a los revisores por sus valiosas sugerencias. También un especial reconocimiento a mis alumnos de varias carreras y promociones, con quienes he ensayado permanentemente este documento.

Finalmente, mi gratitud imperecedera a la Escuela Politécnica Nacional, a través de sus máximas autoridades y, en particular, al Dr. Diego Recalde, Jefe del Departamento de Matemática, por permitirme plasmar mis experiencias académicas en este nuevo texto que espero sea de utilidad para la comunidad de profesionales interesados en la modelación y pronósticos de series temporales.

Dr. Holger Capa Santos
AUTOR
Quito, junio 2021

Índice general

I	Modelación de series univariantes	3
1	Análisis a Través de Procesos Estacionarios	5
1.1	Introducción	5
1.2	Definiciones y ejemplos básicos	7
1.3	Modelos ARMA (Autoregressive – Moving Average)	10
1.4	Modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average)	16
2	Identificación y verificación por el método de Box y Jenkins	19
2.1	Búsqueda de un Modelo ARIMA	19
2.2	Identificación <i>a priori</i>	20
2.2.1	Elección de d	20
2.2.2	Elección de p y q	22
2.3	Identificación <i>a posteriori</i>	24
2.3.1	Fase de verificación	24
2.3.2	Utilización de los residuos para modificar el modelo	29
2.3.3	Pruebas de estabilidad	29
2.3.4	Elección del modelo	32
3	Raíces unitarias	35
3.1	La prueba de Dickey-Fuller	36
3.2	Extensiones de la prueba de Dickey-Fuller	37
4	Series con estacionalidad	41
4.1	Modelos estacionales multiplicativos	41
4.2	Ejemplos con estacionalidad	42
4.2.1	Identificación <i>a priori</i>	43
4.2.2	Especificación del modelo	45
4.2.3	Verificación	46
II	Modelación de series multivariantes	61
5	Modelos Multivariantes de Series Temporales	63
5.1	Procesos estacionarios	63
5.1.1	Proceso estrictamente estacionario	63
5.1.2	Proceso débilmente estacionario	64
5.2	Matrices de correlación cruzada (<i>cross-correlation</i>)	64

5.2.1	Dependencia lineal	65
5.3	Modelos de vectores autoregresivos (VAR)	70
5.3.1	El caso bivariante	70
5.3.2	Representación general de un VAR	71
5.4	Formulación de un modelo VAR	73
5.4.1	Estimación	73
5.4.2	Determinación del número de retardos	74
5.4.3	Diagnóstico y validación del modelo	75
5.5	Predicción	78
5.6	La causalidad	92
5.6.1	La causalidad según Granger	92
5.7	Otro ejemplo en la economía ecuatoriana	96
6	La Cointegración	107
6.1	Propiedades del orden de integración de una serie	107
6.2	Condiciones de cointegración	109
6.3	Modelo de corrección del error	112
6.3.1	Planteamiento del MCE	112
6.3.2	Pruebas de Johansen	114
6.3.3	Especificación de tendencias deterministas	115
	Referencias bibliográficas	143
	Referencias bibliográficas	144
	Anexos	147
A		149
A.1	Análisis de series temporales con EViews	149
A.2	Análisis de series temporales con Statgraphics	155
B		159
B.1	Evolución de un índice bursátil en 141 días de operación en la bolsa de valores	159
B.2	Datos de ventas mensuales de un producto	160
B.3	Datos de ingresos mensuales de turistas	160
C		161
C.1	Datos mensuales de series económicas de Ecuador y sus retornos	161
C.2	Datos de variaciones de series económicas del Ecuador	164
C.3	Datos de series económicas del Ecuador	166
	Índice Alfabético	167

Índice de figuras

1.1	Ajuste adecuado de datos de tendencia cuadrática por una curva polinomial .	6
1.2	Ajuste no adecuado de una serie de ventas a través de una curva cuadrática .	6
1.3	Modelación de una serie de ventas a través de un modelo SARIMA	7
1.4	Proceso estacionario	8
1.5	Proceso no estacionario: Tendencia creciente	9
1.6	Proceso no estacionario: Varianza no homogénea	9
1.7	Proceso no estacionario: Tendencia decreciente y varianza no homogénea . .	10
1.8	Modelo simulado $AR(2)$	12
1.9	Comportamiento asintótico de $\rho(\ell)$ del $AR(2)$	13
1.10	Comportamiento de $r(\ell)$ del $AR(2)$	13
1.11	Modelo $MA(1)$	13
1.12	Comportamiento de $\rho(\ell)$ del $MA(1)$	14
1.13	Comportamiento asintótico de $r(\ell)$ del $MA(1)$	14
1.14	Modelo $ARMA(1,1)$	14
1.15	Comportamiento de $\rho(\ell)$ del $ARMA(1,1)$	15
1.16	Comportamiento de $r(\ell)$ del $ARMA(1,1)$	15
1.17	Efecto de la diferenciación en una tendencia lineal	17
1.18	Efecto de la doble diferenciación en una tendencia cuadrática	17
1.19	Efecto de la diferenciación de una tendencia exponencial	18
1.20	Efecto de la transformación logarítmica en una tendencia exponencial	18
2.1	Serie de un Índice Bursátil (SIB)	20
2.2	Función de autocorrelación de la SIB	21
2.3	Serie estacionaria obtenida a partir de la SIB	21
2.4	FAC estimada del modelo $ARIMA(0,1,0)$, para la SIB en primera diferencia .	23
2.5	FACP estimada del modelo $ARIMA(0,1,0)$, para la SIB	24
2.6	FAC residual estimada del Modelo $ARIMA(2,1,2)$ de la SIB	27
2.7	FACP residual estimada del Modelo $ARIMA(2,1,2)$ de la SIB	27
2.8	FAC residual estimada del Modelo $ARIMA(2,1,1)$ de la SIB	28
2.9	FACP residual estimada del Modelo $ARIMA(2,1,1)$ de la SIB	28
2.10	FAC residual estimada del Modelo $ARIMA(1,1,1)$ de la SIB	28
2.11	FACP residual estimada del Modelo $ARIMA(1,1,1)$ de la SIB	29
2.12	Prueba de Chow para el punto de quiebre.	31
2.13	Prueba de Chow para las predicciones de la SIB.	32
4.1	Gráfico de SVM	43

4.2	FAC y FACP estimadas de SVM	44
4.3	SVM con una diferencia estacional	45
4.4	FAC Y FACP estimadas de la SVM con una diferencia estacional	45
4.5	FAC y FACP residuales estimadas del Modelo 2 para SVM	47
4.6	FAC y FACP estimadas del Modelo 3 para la SVM	49
4.7	Comparación de predicciones con valores reales	50
4.8	Gráfico de SIM	51
4.9	FAC y FACP estimadas de SIM	52
4.10	FAC Y FACP estimadas de la SIM con una diferencia estacional	53
4.11	FAC y FACP residuales estimadas del Modelo 1 para SIM	55
4.12	FAC y FACP residuales estimadas del Modelo 2 para SIM	56
4.13	FAC y FACP residuales estimadas del Modelo 3 para SIM	57
4.14	Comparación de predicciones con valores reales	59
5.1	Gráfico de X_{1t} , X_{2t} y X_{3t}	67
5.2	Correlaciones cruzadas entre X_{1t} y X_{2t}	68
5.3	Correlaciones cruzadas entre X_{1t} y X_{3t}	69
5.4	Correlaciones cruzadas entre X_{2t} y X_{3t}	69
5.5	Gráfico de las variaciones trimestrales de las series	80
5.6	Especificación de un modelo VAR en EViews	82
5.7	Criterio gráfico de estabilidad para el VAR(4) estimado	83
5.8	Comparación de las predicciones VAR y UNIVARIANTE para Y_{1t} (Importaciones)	90
5.9	Comparación de las predicciones VAR y UNIVARIANTE para Y_{2t} (Exportaciones)	91
5.10	Comparación de las predicciones VAR y UNIVARIANTE para Y_{3t} (FBCF)	91
5.11	Correlaciones cruzadas entre X_{1t} y X_{2t}	97
5.12	Gráfico de secuencia de las series	98
5.13	Criterio de estabilidad para el Modelo 1	99
5.14	Comparación de las predicciones VAR y univariantes con respecto a las observaciones para X_{1t} (IPP)	104
5.15	Comparación de las predicciones VAR y univariantes con respecto a las observaciones para X_{2t} (IAE)	105
6.1	Las variables X_{1t} y X_{2t} no están cointegradas	108
6.2	Las variables X_{1t} y X_{2t} están cointegradas	108
6.3	Series consideradas en el ejemplo 6.1	110
6.4	Predicción para X_{1t}	139
6.5	Predicción para X_{2t}	139
6.6	Predicción para X_{3t}	140
6.7	Comparación de las predicciones para X_{1t} entre el MCE y el modelo univariante.	141
6.8	Comparación de las predicciones para X_{2t} entre el MCE y el modelo univariante.	141
6.9	Comparación de las predicciones para X_{3t} entre el MCE y el modelo univariante.	142

A.1	Definición de datos a utilizarse en el workfile	150
A.2	Opciones gráficas de una serie	151
A.3	Opciones para obtener la FAC y la FACP	151
A.4	Cuadro de dialogo para realizar la prueba de raíces unitarias	152
A.5	Cuadro de dialogo para generar una serie diferenciada	153
A.6	Cuadro de dialogo para estimar un modelo plausible	153
A.7	Cuadro de dialogo para analizar los residuos	154
A.8	Cuadro de dialogo para realizar las predicciones	155
A.9	Hoja de datos del Statgraphics	156
A.10	Cuadro de diálogo para definir las características de las series	156
A.11	Resultados del análisis descriptivo de la serie temporal	157
A.12	Cuadro de dialogo para definir un modelo	158
A.13	Ventana de resultados del modelo estimado y sus predicciones	158

Índice de tablas

2.1	Resumen estadístico para el modelo $ARIMA(2,1,2)$ de la SIB	25
2.2	Resumen estadístico para el modelo $ARIMA(2,1,1)$ de la SIB	25
2.3	Resumen estadístico para el modelo $ARIMA(1,1,1)$ de la SIB	26
2.4	Resumen estadístico para el modelo $ARIMA(1,1,1)$ de la SIB sin constante	26
3.1	Información estadística para la prueba ADF de la SIB	38
3.2	Información estadística para la prueba ADF de la SIB diferenciada	39
4.1	Información estadística del Modelo 1 para la SVM	46
4.2	Información estadística del Modelo 2 para la SVM	47
4.3	Información estadística del Modelo 3 para la SVM	48
4.4	Prueba de Chow para las predicciones.	49
4.5	Compración de modelos	50
4.6	Información estadística del Modelo 1 para la SIM	54
4.7	Información estadística del Modelo 2 para la SIM	55
4.8	Información estadística del Modelo 3 para la SIM	57
4.9	Prueba de Chow para las predicciones.	58
4.10	Compración de modelos	58
5.1	Resumen de estadísticas y matrices de correlación cruzada para X_{1t} , X_{2t} y X_{3t}	67
5.2	Prueba DFA para Y_{1t}	81
5.3	Prueba DFA para Y_{2t}	81
5.4	Prueba DFA para Y_{3t}	81
5.5	Criterios para escoger el retardo del VAR	82
5.6	Prueba para autocorrelación <i>Pormanteau</i>	84
5.7	Prueba para autocorrelación <i>Pormanteau</i>	85
5.8	Prueba LM	86
5.9	Prueba de Normalidad de los residuos	86
5.10	Error Medio Cuadrático estimado para los modelos VAR y univariante	92
5.11	Pruebas de causalidad de Granger	96
5.12	Resumen de estadísticas y matrices de correlación cruzada para X_{1t} y X_{2t}	97
5.13	Prueba DFA para X_{1t}	98
5.14	Prueba DFA para X_{2t}	98
5.15	Criterios para escoger el retardo del VAR	99
5.16	Prueba de autocorrelación <i>Pormanteau</i> para el Modelo 1	100
5.17	Prueba LM para el Modelo 1	101

5.18	Prueba de autocorrelación <i>Portmanteau</i> Modelo 2	102
5.19	Prueba LM para el Modelo 2	103
5.20	Error medio cuadrático estimado para los modelos VAR y UNIVARIANTE	105
5.21	Prueba de causalidad de Granger	106
6.1	Prueba de raíces unitarias para X_{1t}	111
6.2	Prueba de raíces unitarias para X_{2t}	111
6.3	Prueba de raíces unitarias para X_{3t}	111
6.4	Prueba de raíces unitarias para X_{1t} en primera diferencia	111
6.5	Prueba de raíces unitarias para X_{2t} en primera diferencia	111
6.6	Prueba de raíces unitarias para X_{3t} en primera diferencia	112
6.7	Elección del retardo del VAR	117
6.8	Elección del modelo VAR	117
6.9	Resumen de las pruebas de cointegración de Johansen para VAR(2)	117
6.10	Modelo 1 con una relación de cointegración	121
6.11	Modelo 2 con una relación de cointegración	122
6.12	Modelo 2 con dos relaciones de cointegración	124
6.13	Modelo 3 con dos relaciones de cointegración	126
6.14	Modelo 4 con una relación de cointegración	128
6.15	Prueba LM para el Modelo 1 con una relación de cointegración	132
6.16	Prueba LM para el Modelo 2 con una relación de cointegración	132
6.17	Prueba LM para el Modelo 2 con dos relaciones de cointegración	133
6.18	Prueba LM para el Modelo 3 con dos relaciones de cointegración	133
6.19	Prueba LM para el Modelo 4 con una relación de cointegración	134
6.20	Prueba <i>Portmanteau</i> para el Modelo 2 con dos relaciones de cointegración	134
6.21	Prueba <i>Portmanteau</i> para el Modelo 2 con una relación de cointegración	135
6.22	Prueba <i>Portmanteau</i> para el Modelo 2 con dos relaciones de cointegración	135
6.23	Prueba <i>Portmanteau</i> para el Modelo 3 con dos relaciones de cointegración	136
6.24	Prueba <i>Portmanteau</i> para el Modelo 4 con una relación de cointegración	137
6.25	Prueba de Jarque-Bera para el Modelo 3 con dos relaciones de cointegración	137
6.26	Prueba de Jarque-Bera para el Modelo 4 con una relación de cointegración	138
6.27	Predicciones para las tres series utilizando el MCE	138
6.28	EMC estimado de los modelos univariantes y el EMC estimado para las variables modeladas	140
B.1	Ingresos mensuales de turistas en Ecuador. Fuente: Ministerio de turismo, Quito-Ecuador	160
C.1	Series trimestrales de Ecuador. Fuente: BCE, Quito-Ecuador	163
C.2	Series mensuales del Ecuador Fuente: INEC	165
C.3	Series trimestrales de Ecuador. Fuente: BCE, Quito-Ecuador	166

Notaciones

- $E(\cdot)$: Esperanza matemática de una variable aleatoria.
- $V(\cdot)$: Varianza de una variable aleatoria.
- $\text{Cov}(\cdot, \cdot)$: Covarianza de dos variables aleatorias.
- $N(\mu, \sigma^2)$: Distribución normal con media μ y varianza σ^2 .
- $\hat{\cdot}$: Denota un estimador del parámetro estadístico que se encuentra bajo el símbolo.
- c : De manera general, representa a una constante numérica.
- i.i.d : Representa a la frase: independientes e idénticamente distribuidas.
- i.i.d (0,1) : Variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con esperanza matemática 0 y varianza 1.
- $\gamma(\ell)$: Función de autocovarianza de orden ℓ .
- $\rho(\ell)$: Función de autocorrelación de orden ℓ .
- $r(\ell)$: Función de autocorrelación parcial de orden ℓ .
- 1_A : Función indicatriz sobre el conjunto A .
- Σ : Matriz de varianzas - covarianzas
- Σ_u : Matriz de varianzas – covarianzas residuales
- \therefore : Significa: por tanto
- v.a. : Variable aleatoria
- p.e.s.o. : Proceso estacionario de segundo orden
- e.v. : Espacio vectorial
- r.b. : Ruido blanco
- m.c. : Media cuadrática
- d.e. : Débilmente estacionario
- \perp : es ortogonal a
- \mathbb{R} : Conjunto de números reales
- \mathbb{C} : Conjunto de números complejos
- \mathbb{R}^k : Conjunto de números reales de dimensión k

- \mathbb{C}^k : Conjunto de números complejos de dimensión k
- \mathbb{Z} : Conjunto de números enteros
- $|| > 1$: Valor absoluto mayor a uno

MODELACIÓN DE **SERIES TEMPORALES**

Holger Capa Santos

"El lenguaje utilizado en el texto es el adecuado. Si caer en demasiada formalización matemática se logra presentar, de manera adecuada, las definiciones más importantes utilizadas en series temporales. Los ejemplos prácticos y el anexo con instrucciones de manejo de software son muy ilustrativos"

(Ph.D. Juan Ponce, profesor titular FLACSO-Ecuador)

ISBN: 978-9978-383-58-2



EPN
editorial

**FACULTAD
DE CIENCIAS**